

ESTIMACIÓN DE LA POTENCIA REACTIVA USANDO FILTRO DE KALMAN

Juan Sebastián González Guerra
Federico Leal Tobón

Trabajo de grado presentado como requisito
parcial para optar al título de
Ingeniero Electricista

Director
Ph.D (c). Jesser James Marulanda Durango

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
Facultad de Ingenierías
Programa de Ingeniería Eléctrica
Pereira, 22 de noviembre de 2018



Nota de Aceptación

Ph.D (c). Jesser James Marulanda Durango. Director

Jurado

Pereira, 22 de noviembre de 2018

ESTIMACIÓN DE LA POTENCIA REACTIVA USANDO FILTRO DE KALMAN
©Juan Sebastián González Guerra
Federico Leal Tobón

Pereira, 22 de noviembre de 2018
Programa de Ingeniería Eléctrica.
Universidad Tecnológica de Pereira
La Julita. Pereira(Colombia)
TEL: (+57)(6)3137122
www.utp.edu.co

Versión web disponible en: *<http://recursosbiblioteca.utp.edu.co/tesis/index.html>*

Agradecimientos

A nuestros padres, hermanos y familias por su apoyo, por la fé que nos han tenido y por hacer de nosotros personas integras. A nuestro de director de grado por su apoyo, exigencias y aportes. Al ingeniero Carlos David Zuluaga por su aporte y consejo. A nuestros compañeros que nos acompañaron. Y la Universidad Tecnológica de Pereira por su formación académica.

Resumen

Los sistemas de compensación de potencia reactiva como el SVC (del inglés, *Static VAR Compensator*), que hacen parte del sistema eléctrico de potencia, ayudan a mantener la estabilidad de la red. Estos dispositivos requieren de un sistema de control que le proporcione una estimación adecuada de la componente fundamental de la corriente y la tensión a compensar, y adicionalmente contar con un método que pueda calcular la potencia reactiva, utilizando las estimaciones proporcionadas por el control, con la característica de ser insensible a los armónicos de orden superior que puedan existir en las redes eléctricas. Por esta razón, este trabajo implementa un método que suministre al compensador SVC una medición de la componente de primer orden de las señales, utilizando como base el algoritmo matemático desarrollado por Rudolph Emil Kalman a finales de la década de 1960, el cual permite estimar variables de estado no medibles directamente y sin importar que esta variable contenga ruido proveniente del sistema o los instrumentos de medida.

Para ello mediante el software de programación Matlab, se realizó un algoritmo de predicción utilizando las ecuaciones creadas por R. E. Kalman, con el que se pueda filtrar la componente de primer orden de una señal ruidosa y con ella calcular la potencia reactiva a compensar. Para corroborar la precisión, velocidad y los parámetros de control con los cuales el algoritmo estima las componentes fundamentales, se utilizaron dos corrientes distorsionadas, las cuales fueron obtenidas de un documento referenciado, y además tenían caracterizadas sus componentes armónicas. También, sacadas desde otro documento, se filtraron las componentes fundamentales de una corriente y una tensión de una de las fases de un sistema eléctrico que no tenían caracterizadas sus componentes armónicas. En esta última prueba se obtuvieron las componentes fundamentales gracias a los parámetros hallados en el análisis de sensibilidad realizado previamente sobre las dos primeras pruebas.

Tabla de Contenido

1. Introducción	1
1.1. Objetivos	2
1.1.1. General	2
1.1.2. Especificos	2
1.2. Estado del arte	2
1.3. Alcance	3
1.4. Estructura del trabajo de grado	3
2. Marco teórico	5
2.1. Filtro de Kalman	5
2.1.1. Aplicaciones	6
2.1.2. Ecuaciones del filtro de Kalman lineal	6
2.1.3. Algoritmo de Kalman en tiempo discreto	12
2.2. Ecuación de potencia reactiva	13
3. Marco experimental	15
3.1. Diseño del filtro en lenguaje M	15
3.2. Cálculo de la potencia reactiva	20
3.3. Resultados	22
4. Conclusiones	33

Capítulo 1

Introducción

Los sistemas de compensación de potencia reactiva SVC instalados para la regulación de la tensión en cargas no lineales deben garantizar cierta precisión y velocidad al momento de inyectar su compensación, lo que lleva el problema al sistema de control programado para realizar el cálculo de la potencia reactiva [1]. Debido a que el SVC sólo puede compensar la potencia reactiva del orden de la componente fundamental de frecuencia del sistema, el control se debe encargar de estimar la componente de primer orden de la corriente y la tensión, también, el método de cálculo de la potencia reactiva debe ser insensible a los armónicos de orden superior [2].

Diferentes métodos de control y de estimación de las componentes fundamentales pueden ser encontrados en la literatura especializada en este tema. En este documento se muestra una posible solución al problema descrito anteriormente mediante la implementación de un filtro de Kalman lineal. Este algoritmo estimador en conjunto con un método que determina de la potencia reactiva, puede tener buena respuesta en el tiempo porque no requiere recursos de computo robustos [3]. Lo anterior indica la importancia que tiene el estudio y la aplicación del filtrado de Kalman para el campo de la compensación de reactivos en sistemas de potencia eléctrica.

El trabajo se realiza principalmente en el entorno de desarrollo de Matlab que cuenta con su propio lenguaje de programación (lenguaje M). Allí se simulan las corrientes que se procesan, se implementa el filtro y se muestran los resultados correspondientes.

1.1. Objetivos

1.1.1. General

Implementar un filtro de Kalman para reducir el ruido en el cálculo de la potencia reactiva del sistema de control de un SVC.

1.1.2. Especificos

- Comprender la teoría intrínseca y básica del filtro de Kalman.
- Diseñar un filtro de Kalman basado en el modelo de espacio de estados para eliminar el ruido de una señal de corriente.
- Implementar en lenguaje M el filtro de Kalman.
- Calcular la potencia reactiva usando el método diferencial.
- Comparar las respuestas obtenidas con algunas similares encontrados en la literatura.

1.2. Estado del arte

Para el cumplimiento de los objetivos se accedió a documentos los cuales explican el funcionamiento de los SVC aplicado en plantas de hornos de arco eléctrico. Estos dispositivos de compensación según [3] requieren de una etapa de control rápida y precisa, especialmente en el cálculo de la componente fundamental de la corriente debido a que este proceso puede ser muy robusto por las distorsiones presentadas en este tipo de cargas no lineales.

Los SVC con controlador de potencia reactiva de openloop y closeloop, que se basan en el control de vectores espaciales de alta velocidad cumplen bien con su labor en este tipo de plantas, esto es comprobado en [4] dónde el factor de potencia se ha estabilizado cerca a uno, también, las fluctuaciones en el voltaje y corriente han sido atenuadas de manera considerable desde que se implementó este tipo de compensador. Por otro lado, en otros estudios teniendo en cuenta no solo el factor de potencia y el desequilibrio entre fases, sino también la estabilidad de tensión para enfocarse en un control directo sobre la compensación del SVC, se obtienen buenos resultados como lo muestra en [5]. En [3] se muestra la ejecución de un filtro de Kalman que estima con una buena respuesta de

tiempo y precisión, además, en conjunto a este algoritmo, se calcula la potencia reactiva mediante un método que es insensible a la distorsión armónica.

1.3. Alcance

Este trabajo pretende documentar los aspectos básicos del KF (filtro de Kalman, por sus siglas en inglés) para sistemas dinámicos lineales, estocásticos y de tiempo discreto, más precisamente en sistemas eléctricos donde se desee estimar variables de estado como la corriente o el voltaje. Se definirá de forma general un filtro de Kalman y se mencionarán las aplicaciones mas comunes de este. También, se describirá brevemente su construcción. Aunque se mencionarán las derivaciones del filtro para aplicaciones específicas, no se pasará mas allá de esto.

Se explicará la aplicación de este algoritmo dentro de un compensador estático de potencia reactiva SVC que calcula la potencia a compensar mediante un método matemático específico.

1.4. Estructura del trabajo de grado

El documento está organizado de la siguiente forma. En el capítulo 1 se presenta la introducción con sus respectivos objetivos, generales y específicos, estado del arte y el alcance de la investigación en sistemas eléctricos de potencia. Posteriormente, el capítulo 2 contiene el marco teórico que explicará el filtro de Kalman, sus aplicaciones, ecuaciones y su aplicación al problema del SVC. El capítulo 3 hace referencia al marco experimental donde se desarrolla el código del filtro con el fin de realizar cálculos de potencias reactivas con las corrientes filtradas. Por último, en el capítulo 4 se concluye sobre las ventajas de la implementación del filtro, sus posibles ventajas respecto a otros métodos que estiman las componentes fundamentales usadas para compensar reactivos.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un algoritmo matemático inventado por Rudolph Emil Kalman a finales de la década de 1960 que permite estimar variables de estado que no son medibles directamente [6], es decir, variables que son el resultado de la medición de otras debido a que físicamente no se puede acceder al objeto o sistema. También, permite estimar una variable que contenga un ruido aleatorio blanco, ya sea debido a una condición del sistema a medir, o por los instrumentos. Los modelos de los sistemas dinámicos utilizados y los ruidos definen el proceso realizado por el filtro como uno estocástico, pero, a pesar de esto, el filtro no exige de recursos de computo robustos, ya que no requiere de los estados en instantes de tiempo mas allá del inmediatamente anterior (hablando de una aplicación en tiempo discreto) [7].

En general, el uso de esta herramienta matemática se ve envuelto con los dos problemas mencionados anteriormente porque siempre que se mida algún sistema físico se tiene cierta incertidumbre presente por la exactitud de los instrumentos de medición, por esto, la mejor estimación que se puede hacer de la variable es la entregada por la combinación entre la predicción del filtro y la medición [8]. Un ejemplo breve de su aplicación se puede encontrar en el control de un específico combustible usado en los cohetes, donde la inyección de este debe ser controlado porque si se excede cierta temperatura los componentes mecánicos del cohete pueden sufrir daños, entonces, se debe medir la temperatura interna de la cámara de combustión, debido a las condiciones extremas a las que estarían los sensores se opta por instalarlos en el exterior de la cámara.

Esto genera ruido en las lecturas de los sensores y es ahí donde se puede utilizar el filtro de Kalman para encontrar la mejor estimación de la temperatura interna de la cámara [9].

2.1.1. Aplicaciones

Este algoritmo ha sido uno de los inventos con mayor renombre del siglo anterior ya que contribuyó enormemente en el avance tecnológico durante la Guerra Fría [8]. Esto se ve reflejado en el aporte que tuvo para la navegación aeronáutica cuando R. E. Kalman fue invitado al ARC (del inglés, *Ames Research Center*) de la NASA para presentar su desarrollo matemático. En este centro, se realizó de forma satisfactoria el desarrollo del filtro de Kalman como un método práctico para la navegación a bordo en tiempo real en la misión Apolo [10]. Similar a lo mencionado anteriormente, se tienen aplicaciones en el área aeroespacial y de posicionamiento, como el sistema de posicionamiento global (GPS) basado en satélites que fue descrito como un enorme filtro de Kalman en [11].

En la actualidad se siguen teniendo numerosas aplicaciones, por ejemplo, el control de movimiento, que se construyen a partir de un control robusto por retroalimentación, basados en control de aceleración los cuales, para obtener información de aceleración de banda ancha, utilizan el filtro de Kalman, como resultado de este se obtiene información pura que permite cubrir un rango de banda de mayores frecuencias [12]. Otro tipo de aplicación del filtro se encuentran en el área de instrumentación, calibración de sensores, medición de frecuencias y función de sensores [13].

2.1.2. Ecuaciones del filtro de Kalman lineal

Para poder entender el funcionamiento del filtro lineal, en la figura 2.1 se muestra un diagrama de bloques donde se tienen, un modelo lineal que representa la dinámica real del proceso a estimar, y el modelo matemático que se crea del estudio del sistema físico real, también se tiene un término de realimentación que cambia con el tiempo, esta variable se ajusta de acuerdo a la medición tomada del sistema real y de la estimación de la variable de estado objetivo [14], con la demostración de las ecuaciones del filtrado se aclarará lo anterior.

Del diagrama:

u : Entrada del sistema o señal de referencia.

Y : Salida del sistema real.

X : Estado o estados que se quieren estimar.

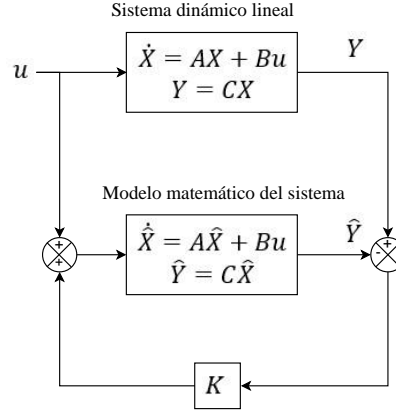


Figura 2.1: Diagrama de bloques de los sistemas internos del filtrado de Kalman.

K : Ganancia de realimentación.

A , B , C : Matrices propias del sistema que relaciona los estados, la entrada de referencia y las salidas.

De la figura 2.1 se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$e_{abs} = X - \hat{X} \quad (2.1)$$

$$\dot{X} = AX + Bu \quad (2.2)$$

$$Y = CX \quad (2.3)$$

$$\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + Bu \quad (2.4)$$

$$\hat{Y} = C\hat{X} \quad (2.5)$$

$$\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + Bu + K(Y - \hat{Y}) \quad (2.6)$$

La ecuación 2.1 es el error entre las variables que se buscan estimar. Las ecuaciones 2.2 y 2.3 representan el sistema real que se quiere estimar. El modelo matemático que

aproxima los estados del mismo es representado por 2.4 y 2.5. La ecuación 2.6, muestra la retro alimentación generada por la ganancia de Kalman K , que necesita la variable estimada para corregirse.

Al operar las ecuaciones es posible obtener la dinámica de los errores que describen en esencia el objetivo de las ecuaciones de estimación [14].

De la diferencia entre 2.2 y 2.6 se obtiene:

$$\dot{X} - \dot{\hat{X}} = AX - A\hat{X} - K(Y - \hat{Y}) \quad (2.7)$$

De la misma manera, utilizando 2.3 y 2.5:

$$Y - \hat{Y} = C(X - \hat{X}) \quad (2.8)$$

Ahora, teniendo en cuenta 2.1.

$$Y - \hat{Y} = C(e_{abs}) \quad (2.9)$$

Luego, factorizando y reemplazando e_{abs} en 2.7:

$$\dot{e}_{abs} = Ae_{abs} - K(Y - \hat{Y}) \quad (2.10)$$

Reemplazando 2.9 en 2.10:

$$\dot{e}_{abs} = (A - KC)e_{abs} \quad (2.11)$$

La solución de 2.11 es una función exponencial con la cual podemos analizar el comportamiento del error, se muestra a continuación [14].

$$e_{abs} = e^{(A-KC)t}e_{abs}(0) \quad (2.12)$$

De 2.12 podemos deducir que si el termino $(A - KC) < 0$, la función de error tiende a 0 cuando el tiempo tiende al infinito, por lo cual se puede decir que nuestra estimación es igual al valor real que queremos estimar.

Al sistema descrito en la figura 2.1 es posible modelarlo de una manera más real, agregando a la dinámica del sistema los ruidos del proceso del estado y de la medición como se muestra en la figura 2.3.

Donde:

X_k : vector de dimensión $n \times 1$ de las variables de estado.

A : Matriz de $n \times n$ que relaciona los estados en el instante $k - 1$ con el instante k .

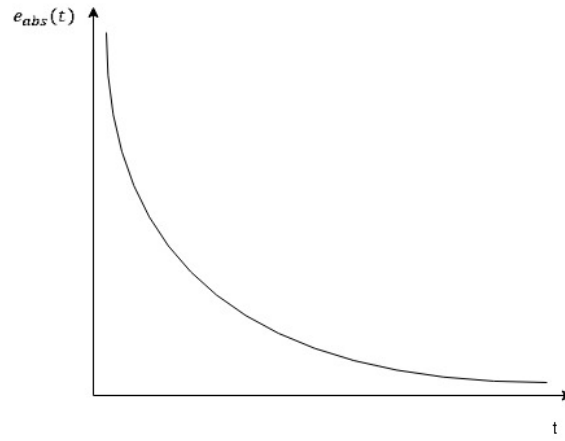


Figura 2.2: Función exponencial del error.

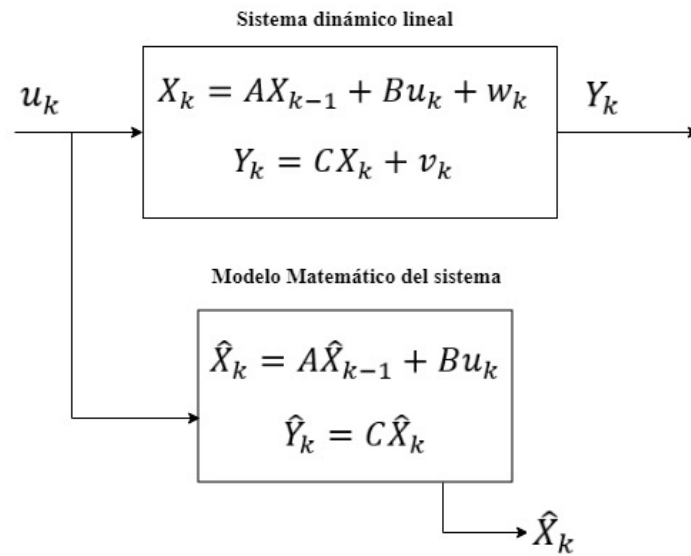


Figura 2.3: Modelo completo del sistema.

B : Matriz de $n \times 1$ que relaciona las señales de control con el estado actual de X_k .

Y_k : Vector $m \times 1$ de variables observables (medibles).

C : Matriz $m \times n$ que relaciona el estado X_k con las observaciones.

Las matrices A , B y C idealmente son variables con el tiempo (o con los instantes k) pero por cuestión de simplicidad en el procedimiento mostrado se tomarán iguales en cada instante.

w_k y v_k son vectores de dimensiones $n \times 1$ y $m \times 1$ que representan los ruidos del proceso y la medición respectivamente, las cuales pueden afectar la dinámica del sistema. Estos ruidos se modelan con una distribución normal de media nula y covarianza Q y R [14]:

$$v \sim N(0, R) \quad (2.13)$$

$$w \sim N(0, Q) \quad (2.14)$$

Al igual que las matrices del modelo del sistema, las matrices R y Q varían en cada instante, pero se tomarán como constantes para cada k .

Ahora, se definirá la nomenclatura de las variables de estado cuando estas están interactuando con el algoritmo.

\hat{X}_k^- : Estado a priori en el instante k .

\hat{X}_k : Estado a posteriori.

El estado a priori es la predicción del instante actual. El estado a posteriori es la corrección del a priori.

De la misma manera que se hizo con 2.7, se pueden definir los errores de los estados a priori y a posteriori con respecto a la estimación, como se muestra a continuación:

$$e_k^- = X_k - \hat{X}_k^- \quad (2.15)$$

$$e_k = X_k - \hat{X}_k \quad (2.16)$$

No obstante, se necesita tener una mejor estimación de estos errores, por lo cual utilizaremos la covarianza de estos expresadas de la siguiente forma:

$$P_k^- = E[e_k^- e_k^{-T}] \quad (2.17)$$

$$P_k = E[e_k e_k^T] \quad (2.18)$$

La ecuación de corrección o ecuación del estado a posteriori es una relación entre el estado a priori y la medición en el instante actual k .

$$\hat{X}_k = \hat{X}_k^- + K(Y_k - H\hat{X}_k^-) \quad (2.19)$$

Donde:

K : Matriz de $n \times m$ que se encarga de minimizar el error de diferencia entre la medición real y la predicción.

La diferencia $Y_k - H\hat{X}_k^-$ es conocido como residuo, el cual muestra la diferencia entre la predicción y la medición real.

La matriz K , llamada ganancia de Kalman, es muy importante dentro del algoritmo porque pondera el aporte de la medición del sistema y la predicción de las variables de estado, en el cálculo de las variables de estado a posteriori. Esta constante se expresa de la siguiente manera:

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1} \quad (2.20)$$

Para ver en detalle el procedimiento para hallar K , ver [6], [15], [16].

Ahora, se analizan los efectos que tienen R (covarianza en la medición) y P_k^- (covarianza del estado a priori) sobre esta ganancia.

Entonces:

$$\lim_{R_k \rightarrow 0} K_k = H^{-1} \quad (2.21)$$

Reemplazando el resultado del límite de 2.21 en la ecuación del estado a posteriori (ecuación 2.19), que indica la corrección de la estimación, se obtiene que, en ese instante de tiempo, el estado que se desea estimar es igual a la medición tomada operada con su respectiva matriz que las relaciona, o en otras palabras, en ese instante de tiempo, no hay ruido en la medición.

$$\hat{X}_k = \hat{X}_k^- + H^{-1}Y_k - H^{-1}H\hat{X}_k^- \quad (2.22)$$

$$\hat{X}_k = +H^{-1}Y_k \quad (2.23)$$

Por otro lado, si se tiene que:

$$\lim_{P_k^- \rightarrow 0} K_k = 0 \quad (2.24)$$

Se indica que, como la varianza del estado a priori es cero, se tiene completa certeza de que el estado estimado es exactamente igual al estado buscado en ese instante de tiempo.

$$\hat{X}_k = \hat{X}_k^- + \vec{0}(Y_k - H\hat{X}_k^-) \quad (2.25)$$

$$\hat{X}_k = \hat{X}_k^- \quad (2.26)$$

2.1.3. Algoritmo de Kalman en tiempo discreto

Para finalizar la definición del filtro de Kalman se mostrará en 2.4 las ecuaciones y el proceso iterativo que se debe hacer para que funcione correctamente el algoritmo.

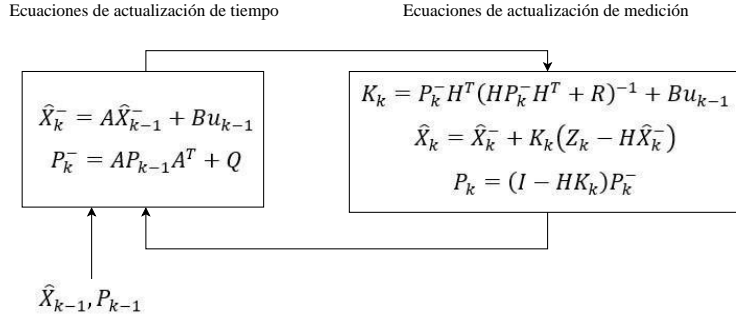


Figura 2.4: Ciclo de operación del filtro de Kalman.

Las ecuaciones de actualización de tiempo se encargan de proyectar hacia adelante las estimaciones de covarianza del estado actual y el error, para obtener la estimación a priori de un k siguiente [7]. Las ecuaciones de actualización de medición son las que retroalimentan, es decir, corrigen la estimación a priori haciendo una ponderación entre la medición y el estado hallado en la primera actualización, con el fin de obtener una estimación a posteriori [7].

2.2. Ecuación de potencia reactiva

La potencia reactiva es calculada mediante la siguiente ecuación diferencial:

$$Q = \frac{1}{2\omega} [v(t) \frac{d(i)}{dt} - i(t) \frac{d(v)}{dt}] \quad (2.27)$$

Donde:

$v(t)$: Voltaje de la señal en el tiempo.

$i(t)$: Corriente de la señal en el tiempo.

Esta ecuación resulta ser útil en el calculo de la potencia reactiva en términos del tiempo, no obstante, los términos derivados representan una desventaja en aplicaciones de compensación con distorsión armónica ya que lo anterior lo vuelve sensible ante esas componentes armónicas. Para reducir este problema, se ingresan las corrientes y voltajes en esta ecuación luego de ser filtradas por el KF. Antes de que a la ecuación 2.27 se le puedan ingresar los datos de salida del filtro, esta debe ser transformada al dominio del tiempo discreto. En este trabajo se opta por usar las diferencias hacia atrás para cambiar las derivadas de tiempo continuo por su homólogo en tiempo discreto. La ecuación 2.28 será la utilizada en el marco experimental.

$$Q = \frac{1}{2\omega} [\frac{v_n(i_n - i_{n-1})}{t_n - t_{n-1}} - \frac{i_n(v_n - v_{n-1})}{t_n - t_{n-1}}] \quad (2.28)$$

Capítulo 3

Marco experimental

3.1. Diseño del filtro en lenguaje M

Para iniciar el diseño del filtro en el lenguaje de programación se debe conocer el modelo del sistema que contiene la variable de estado a estimar. En este caso se realiza un modelo basado en mediciones ya que es difícil obtener un modelo del sistema eléctrico de potencia [3]. La componente fundamental de una señal de corriente o de tensión será la variable de estado a estimar.

Se supone una señal como la mostrada en la ecuación 3.1 de donde se desarrolla el modelo [3].

$$S_n = a \cos(\omega_0 n + \phi) \quad (3.1)$$

Donde:

S_n : n -ésima muestra de la señal.

a : Amplitud de la señal.

ϕ : Desfase de la señal.

$$\omega_0 = 2\pi(f_0/f_s) \quad (3.2)$$

f_0 : Frecuencia de la red eléctrica.

f_s : Frecuencia de muestreo de la señal.

Se combina la ecuación 3.1 con las ecuaciones 3.3 y 3.4, y usando identidades trigonométricas se llega a la ecuación 3.5 que define el modelo dinámico lineal discreto como se muestra en la ecuación 3.6.

$$S_{n+1} = a \cos(\omega_0(n+1) + \phi) \quad (3.3)$$

$$S_{n-1} = a \cos(\omega_0(n-1) + \phi) \quad (3.4)$$

$$S_{n+1} + S_{n-1} = 2 \cos(\omega_0) S_n \quad (3.5)$$

$$\begin{bmatrix} S_{n+1} \\ S_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cos(\omega_0) & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_n \\ S_{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

La ecuación 3.6 se complementa para expresar de forma correcta el modelo dinámico, es decir, con la ecuación de medición y los ruidos blancos gaussianos.

$$X_{n+1} = M X_n + b \psi_n \quad (3.7)$$

$$Y_n = h X_n + b v_n \quad (3.8)$$

Donde:

$$X_n = \begin{bmatrix} S_n \\ S_{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$M = \begin{bmatrix} 2 \cos(\omega_0) & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$h = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

ψ_n : Ruido blanco gaussiano del sistema, con media cero y covarianza Q .

v_n : Ruido blanco gaussiano de la medición, con media cero y covarianza R .

Las covarianzas se tomarán como constantes en todo instante del tiempo para un desarrollo más simple del filtrado.

Teniendo en cuenta el modelo anterior se produce el código en lenguaje M que desarrolla el algoritmo del filtro de Kalman. El diagrama de flujo de la figura 3.1 muestra de forma simplificada los pasos para la estimación de alguna variable de estado que se requiera. Los pasos se explican a continuación:

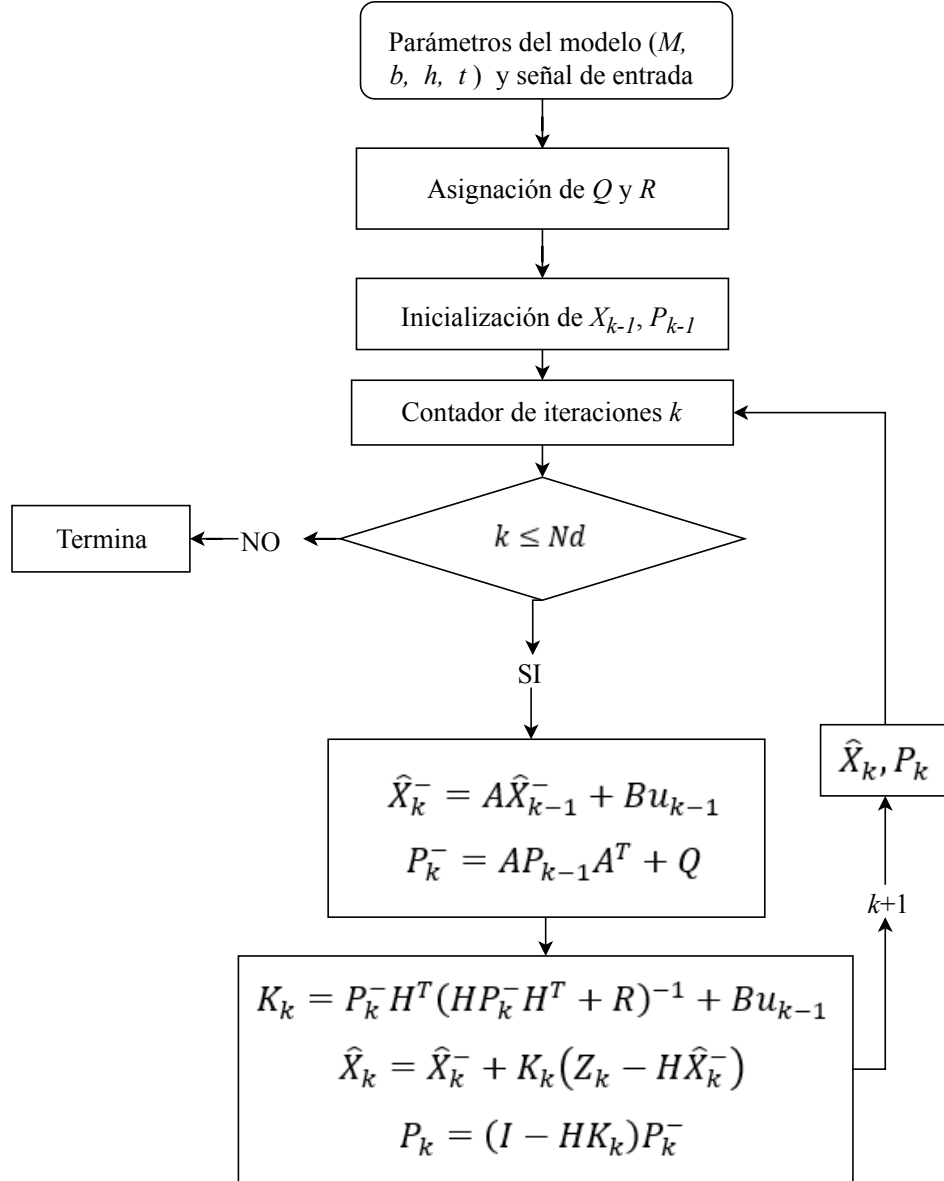


Figura 3.1: Diagrama de flujo que describe algoritmo del filtro de Kalman en el lenguaje de programación M.

1. Definir los parámetros del modelo del filtro M , b , h , la señal de entrada y t .
2. Asignación de las covarianzas Q y R .
3. Inicialización de las variables X_{k-1} y P_{k-1} .
4. Inicialización de un bucle que desarrolla las ecuaciones de Kalman.
5. Generación de las estimaciones a priori de las variables de estado y de P .
6. Corrección y actualización de las variables a priori, es decir, cálculo de los estados a posteriori.

Como se puede notar de lo visto anteriormente, para la aplicación que se desarrolla en este documento no se ha mencionado el origen de las covarianzas Q y R de los ruidos aleatorios tenidos en cuenta en el modelo. El conocimiento de estas variables, que pueden cambiar en cada instante de tiempo, requiere de un estudio del comportamiento estocástico del sistema a filtrar. Debido a que se trabaja este filtro de forma básica y no se estudiará a fondo una aplicación específica, se hace otro algoritmo encargado de hallar los valores de las covarianzas que utiliza un análisis de sensibilidad basado en sintonizar los parámetros de covarianza del filtro con respecto a la señal de entrada, de esta forma se ajustan estas constantes de tal manera que la estimación de la señal sea la deseada. Para lo anterior es necesario calcular un error cuadrático medio (ECM por sus siglas en español) entre la estimación y la componente fundamental de la señal a filtrar, donde el error mínimo será el valor que sintonizará el filtro y tendrá asociada unos valores de covarianza R y Q . En la figura 3.2 se muestran los pasos que se deben tener en cuenta para realizar lo descrito con anterioridad.

El algoritmo de sensibilidad representado por el diagrama de flujo de la figura 3.2 realiza los siguientes pasos:

1. Definir los parámetros del modelo del filtro M , b , h , la señal de entrada y t .
2. Asignación de las covarianzas Q y R .
3. Generación de los rangos de valores donde se moverán las covarianzas R y Q .
4. Inicialización de un primer contador f que recorre la covarianza Q desde un valor mínimo Q_{min} , hasta el rango máximo Q_{max} .
5. Inicialización del valor de la covarianza Q de acuerdo al contador f .

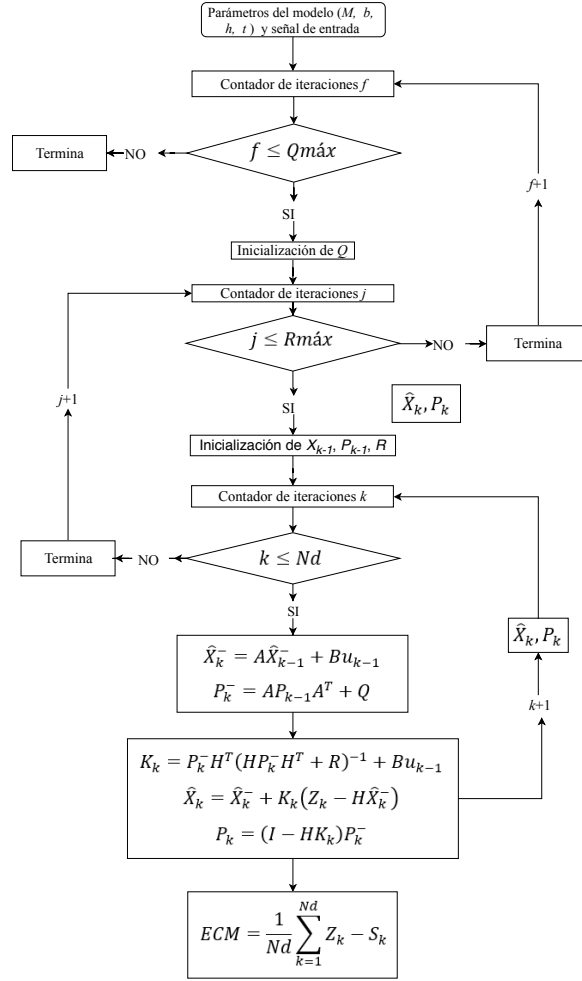


Figura 3.2: Diagrama de flujo que describe el análisis de sensibilidad aplicado al filtro de Kalman.

6. Inicialización de un segundo contador j que recorre la covarianza R , dentro de los límites R_{min} y R_{max} .
7. Inicialización de los valores a priori de X_{k-1} , P_{k-1} y R .
8. Inicialización de un tercer contador n , el cual cuenta las iteraciones que llevan las estimaciones utilizando las ecuaciones de actualización del KF, hasta un límite definido por el rango de tiempo y la frecuencia de muestreo.
9. Cálculo de la estimación y la corrección de las variables utilizando las ecuaciones de Kalman.
10. Cálculo del error cuadrático medio entre la fundamental (S_k) y los valores guardados en la ecuación de medición (Z_k).

En esencia, este análisis de sensibilidad aplicada en un código de programación lo que hace es anidar el filtrado de Kalman dentro de dos ciclos que varían cada uno hasta una covarianza máxima distinta. Los dos ciclos de covarianzas generan una matriz cuyos elementos son diferentes estimaciones del filtro de acuerdo al valor de las covarianzas. Esta matriz se puede ver como la malla base de un gráfico en tres dimensiones y cuya altura de la superficie es el error cuadrático medio. En la subsección 3.3 se puede visualizar y entender este procedimiento.

3.2. Cálculo de la potencia reactiva

Luego de tener las señales de corriente y tensión filtradas se usa la ecuación que calcula la potencia reactiva instantánea mediante la inserción de más código. La figura 3.3 muestra el algoritmo encargado de generar la estimación del filtro de Kalman y del cálculo de la potencia reactiva, el cual sigue los siguientes pasos:

1. Definir los parámetros del modelo del filtro M , b , h , la señal de entrada y t .
2. Asignación de las covarianzas Q y R .
3. Inicialización de las variables X_{k-1} y P_{k-1} .
4. Inicialización de un bucle que desarrolla las ecuaciones de Kalman.
5. Generación de las estimaciones a priori de las variables de estado y de P .

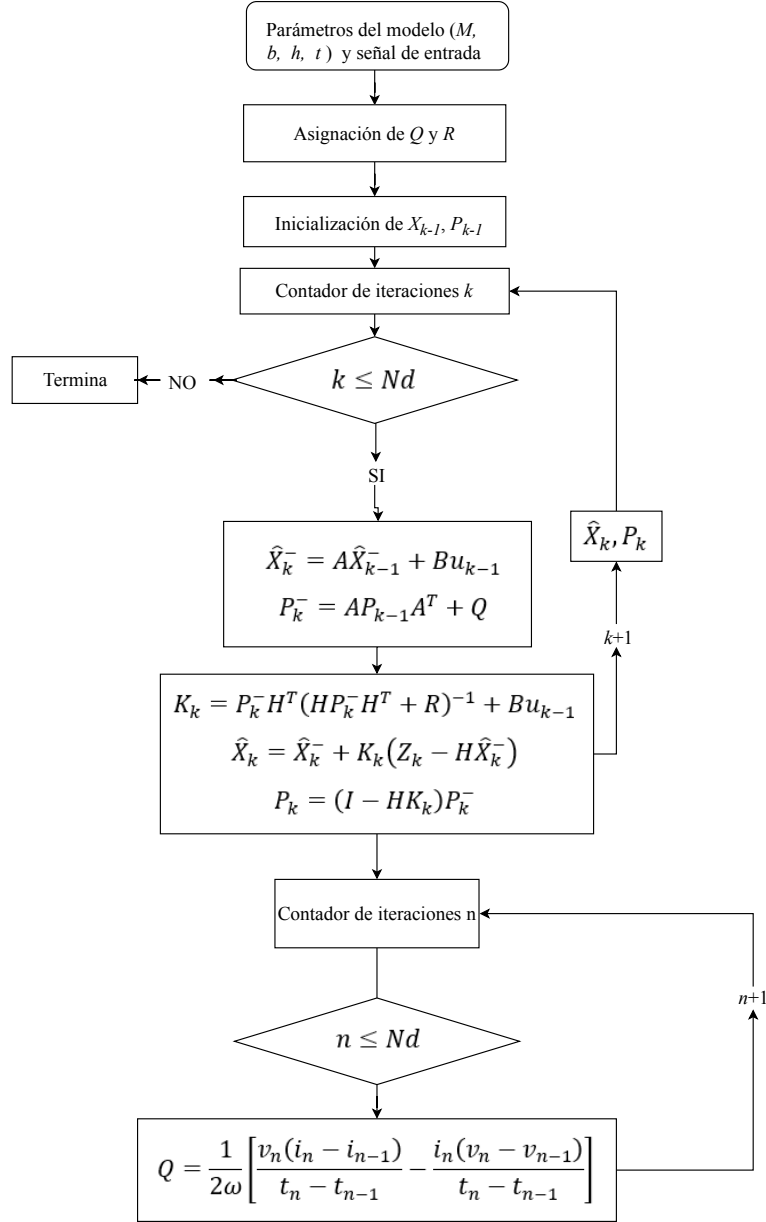


Figura 3.3: Diagrama de flujo que muestra la inserción de la ecuación de potencia reactiva en tiempo discreto.

6. Corrección y actualización de las variables a priori, es decir, cálculo de los estados a posteriori.
7. Cálculo de la potencia reactiva utilizando las estimaciones obtenidas en el paso anterior.

3.3. Resultados

En esta sección se utilizan dos señales ruidosas con las que se busca observar la precisión del filtro cuando estima la componente fundamental de dichas entradas. Estas señales son corrientes extraídas de [3] de la sección “*Simulation results*” y son las ecuaciones 3.13 y 3.14.

$$i_2 = \sin(100\pi t - \frac{\pi}{6}) + \sum_{h=2}^7 A_h \sin(100\pi h t + \theta_h) \quad (3.13)$$

$$i_4 = (1 + B \sin(\omega_f t)) \sin(100\pi t - \frac{\pi}{6}) + \sum_{h=2}^7 A_h \sin(100\pi h t + \theta_h) \quad (3.14)$$

Los coeficientes B , A y el ángulo θ , son tomados de las tablas 3.1 y 3.2 del artículo [3], más puntualmente el caso 3 en ambas corrientes.

Tabla 3.1: Diferentes casos de contenido armónico para las corrientes de prueba.

	A_2	θ_2	A_3	θ_3	A_4	θ_4	A_5	θ_5
caso 1	0	0	0.03	50	0	0	0	0
caso 2	0.01	0	0.05	-27	0	0	0.02	30
caso 3	0.0288	-45	0.0386	57	0.0117	34	0.0316	57

Tabla 3.2: Diferentes casos de magnitud variable en el tiempo para las corrientes de prueba.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
B	0.5	0.5	0.5
$\omega_f, \text{rads/s}$	40	45	50

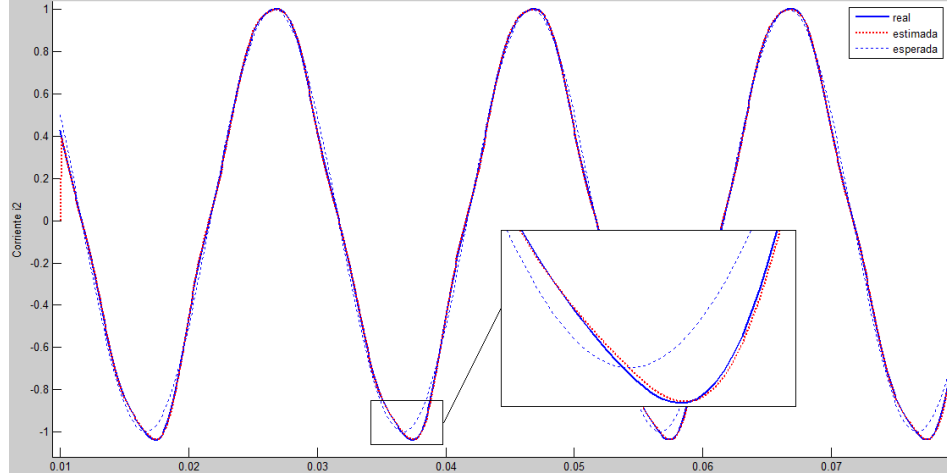


Figura 3.4: Señales de corriente de la primera prueba.

En el procedimiento inicialmente se utiliza la señal de la ecuación 3.13 con el fin de filtrar su componente fundamental, para ello se utiliza el filtro mostrado en la figura 3.1.

En la figura 3.4 se puede apreciar la señal de entrada, la componente fundamental y la estimación. Esta última tiende a seguir más la entrada que a la componente fundamental, esto se debe a que los valores de las covarianzas Q y R fueron introducidos aleatoriamente y no con un estudio probabilístico, ya que esto no se encuentra dentro de los alcances del documento se hizo necesario encontrar el valor de Q y R que permitan que las estimaciones tengan un comportamiento similar a la fundamental, en otras palabras, realizar una sintonización de estos parámetros del sistema. Para lo anterior, se realizó el análisis de sensibilidad descrito en la subsección 3.1. Para realizar este se debe tener en consideración los siguientes pasos:

1. Utilizar un rango amplio de valores en los cuales variar Q y R .
2. Hallar un error cuadrático medio para cada combinación de Q y R .
3. Identificar el mínimo error y sus respectivos Q y R .
4. Utilizar un rango un poco más reducido de valores de Q y R que incluyan las nuevas covarianzas del paso anterior.
5. Repetir desde el segundo paso.

La secuencia anterior se realizó hasta llegar al mínimo error posible que presenta la particularidad de no variar sus cuatro primeras cifras significativas entre análisis. En el caso de la corriente i_3 se hicieron cinco análisis hasta encontrar el mejor valor para las variables Q y R , como se muestra en la tabla 3.3.

Tabla 3.3: Análisis de sensibilidad para la corriente i_2 .

Análisis	Rango de R	Rango de Q	Covarianza Q	Covarianza R	ECM
1	[0-8000]	[0.0001-0,01]	0.0001	2449	0.000215
2	[1000-5000]	[0.00001-0.0005]	0.00003	1000	0.000212
3	[500-2800]	[0.0001-0.00005]	0.0000124	500	0.000211
4	[100-500]	[0.00001-0.000035]	0.00001	384.48	0.000210
5	[200-400]	[0.000005-0.00001]	0.000005	224.48	0.000209

De la tabla anterior se puede concluir que la sintonización del filtro para la corriente i_2 , se presenta en el análisis número cinco, con un error de $2,09 \times 10^{-4}$, un Q y R de 5×10^{-6} y 224,48 respectivamente. Al realizar el filtrado utilizando el algoritmo básico se obtiene la respuesta mostrada en la figura .

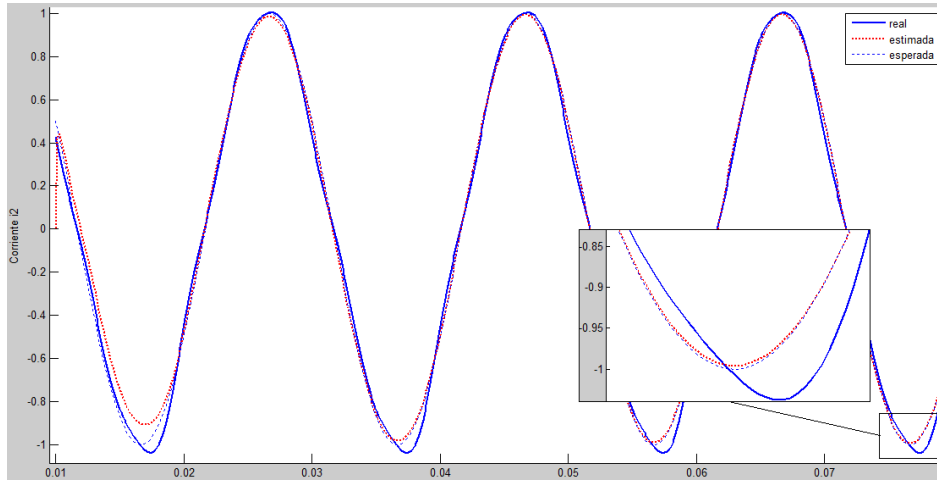


Figura 3.5: Señales de corriente luego de la corrección.

En la figura 3.5 se puede notar como la estimación tiende a tener un comportamiento similar a la componente fundamental, esto es gracias a la sintonización realizada por el algoritmo de sensibilidad. Otra característica propia del mismo tiene relación con el

error de las covarianzas P , el cual se encarga de la velocidad de convergencia de las estimaciones, se observa que las estimaciones arrojadas por el filtro en poco tiempo llegan a estabilizarse, es decir, se termina el estado transitorio.

Los resultados arrojados por el algoritmo de sensibilidad en la corriente i_2 son evidenciados en el plano de la figura 3.6, el cual está conformado por tres ejes coordenados, el eje X es la variable Q , el eje Y representa la variable R y el eje Z es el error de la estimación respecto a la fundamental.

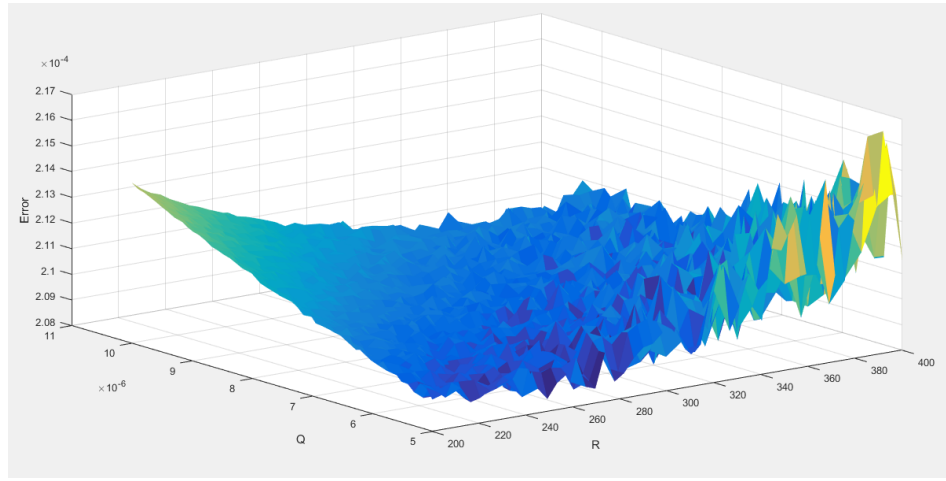


Figura 3.6: Muestra de una superficie del análisis de sensibilidad para i_2 .

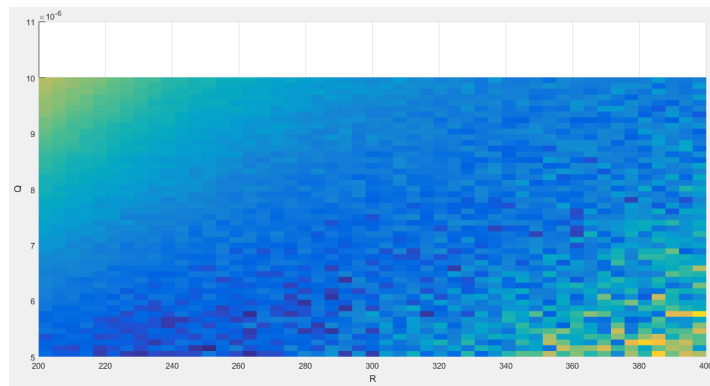


Figura 3.7: Vista superior de la superficie del análisis de sensibilidad para i_2 .

Se observa en la figura 3.6 una superficie colorida con múltiples resaltos en diferentes

coordenadas, los colores se mueven desde la escala del amarillo hasta azul oscuro, siendo estos últimos los de menor valor en el eje Z (altura), esto permite ver la relación que guardan las covarianzas con respecto al error, es decir, para valores muy grandes de Q y pequeños de R , el error obtenido será grande y viceversa; no obstante es posible observar errores pequeños en ciertas regiones del plano que tienen la peculiaridad de tener un valor de R mucho más grande que Q .

En la figura 3.7 se puede observar mejor la relación entre las covarianzas. La zona media de la figura tiene la coloración azulada, donde los valores de R son considerablemente más grandes en comparación a los de Q , que se encuentran en el orden de 10^{-6} .

De lo anterior se concluye que los valores que debe tomar Q son valores pequeños en comparación a los de R , y en el caso de la corriente i_2 , el punto (Q, R) que hacen el error entre la estimación y la fundamental menor, es en $(5 \times 10^{-6}, 224, 48)$, donde se garantiza un error medio cuadrático de $2,09 \times 10^{-4}$, para un valor inicial de $P = 100$, lo cual hace posible hallar una buena estimación de la componente fundamental de la señal.

Una vez filtrada la corriente, se calcula la potencia reactiva utilizando el código generado del diagrama de flujo de la figura 3.3.

Los resultados arrojados en el cálculo de la potencia son observados en la figura 3.8. Inicialmente la potencia que proviene de la corriente i_2 presenta picos elevados de potencia, esto se debe a que hasta aproximadamente $0,1s$ el filtro se encuentra estabilizándose y la potencia disminuyendo por cada corrección del filtro hasta llegar a $0,2s$ donde se termina el transitorio en un valor cercano a la potencia calculada con la corriente fundamental.

Para la corriente i_4 el análisis de sensibilidad requirió de 7 pasos, los cuales se realizaron dentro de los intervalos y los errores mostrados en la tabla 3.4.

Tabla 3.4: Análisis de sensibilidad para la corriente i_4 .

Análisis	Rango de R	Rango de Q	Covarianza Q	Covarianza R	ECM
1	[1000-8000]	[0.001-0.1]	0.1	6656.6	0.0017612
2	[3000-7500]	[0.01-0.5]	0.0674	4272.7	0.0017960
3	[3500-6500]	[0.02-0.1]	0.0822	5469.7	0.0017192
4	[4000-6000]	[0.05-0.1]	0.0611	4060.6	0.0016633
5	[4000-5500]	[0.05-0.08]	0.07	4651.5	0.0017711
6	[4000-5000]	[0.05-0.08]	0.0644	4282.8	0.0016899
7	[4000-4500]	[0.06-0.07]	0.0611	4060.6	0.0016621

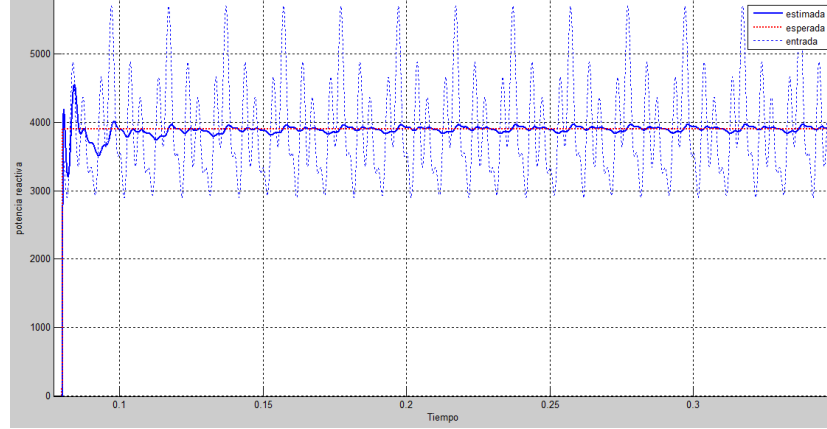


Figura 3.8: Potencia reactiva de i_2 sin filtrar, filtrada e idealmente filtrada.

Utilizando los valores de las covarianzas que entregaron el menor error medio cuadrático se obtuvo la estimación de las figuras 3.9 y 3.10. Con los resultados obtenidos del algoritmo de estimación, se hallaron las potencias reactivas equivalentes a la señal filtrada, la señal de entrada y su fundamental, obteniendo la figura 3.11. Con esta última corriente i_4 se pone realmente en prueba el filtrado usando este método, ya que contiene una buena distorsión por armónicos, y aunque no tiene una estimación tan precisa como la de la primera prueba, se puede observar en la figura 3.11 que se logra suavizar una buena cantidad de picos respecto a la potencia reactiva de entrada.

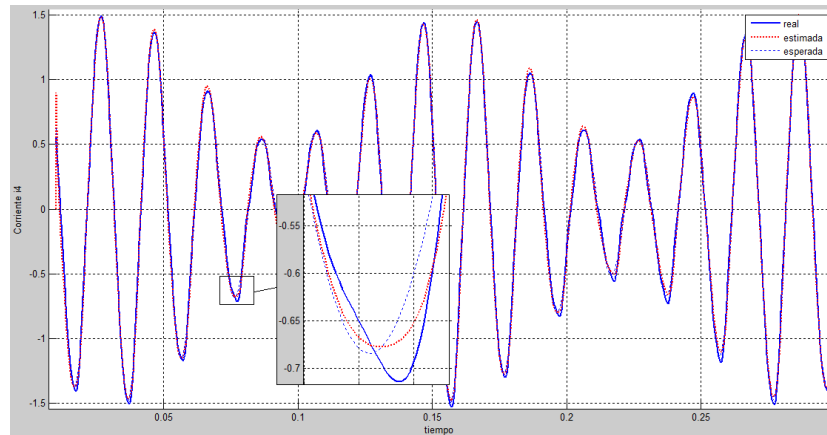


Figura 3.9: Corriente i_4 sin filtrar, filtrada e idealmente filtrada.

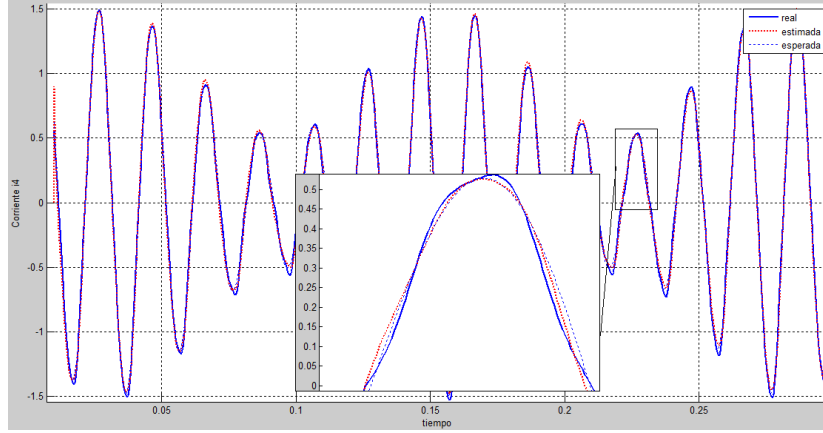


Figura 3.10: Corriente i_4 sin filtrar, filtrada e idealmente filtrada.

Como un último ensayo, se procede a filtrar las señales de corriente y voltaje discretizadas de una fase, de un sistema trifásico que fueron obtenidas del documento [17]. Se puede decir que estas señales muestran un sistema más real que las mostradas anteriormente. Primero se mostrarán, en la figura 3.12, las señales de corriente y tensión de una de las fases. Luego, la corriente y el voltaje con sus respectivas estimaciones, visto en las figuras 3.13 y 3.14. Por último, ambas estimaciones son mostradas en una misma figura para que a simple vista se note la mejora. Para terminar la aplicación, se realiza el cálculo de la potencia reactiva monofásica de ambos sistemas, el de entrada y el estimado. Lo anterior visto en la figura 3.15. En esta aplicación se usaron las covarianzas del análisis 5 de la tabla 3.3.

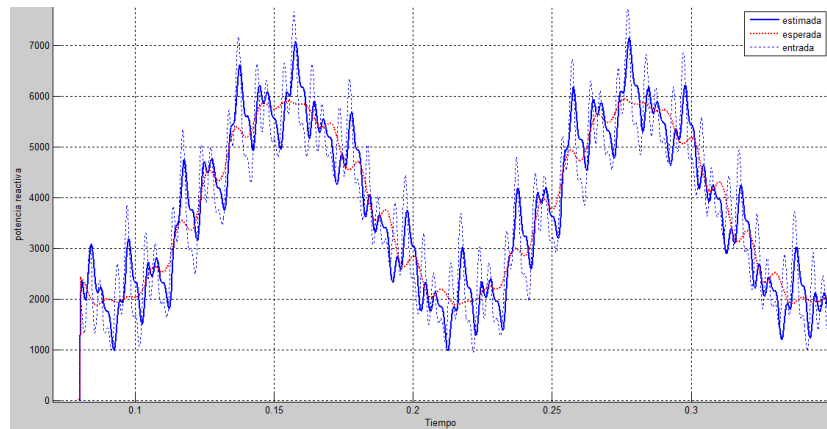


Figura 3.11: Potencia reactiva de i_4 sin filtrar, filtrada e idealmente filtrada.

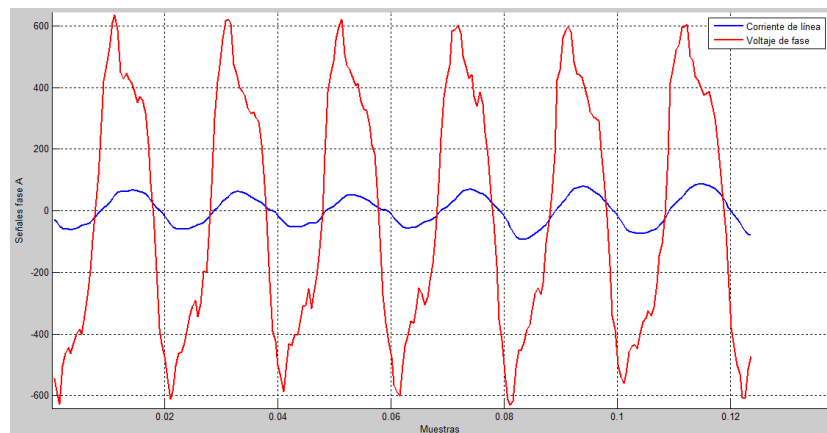


Figura 3.12: Señales de corriente y tensión de la fase a.

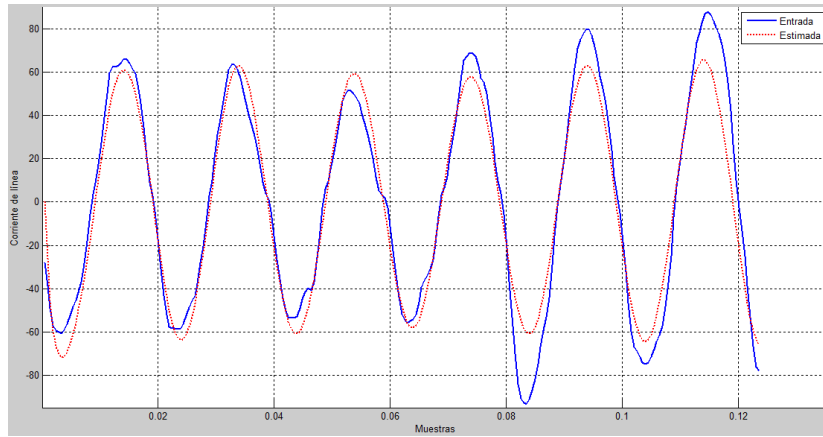


Figura 3.13: Señales de entrada y filtrada de la corriente de línea.

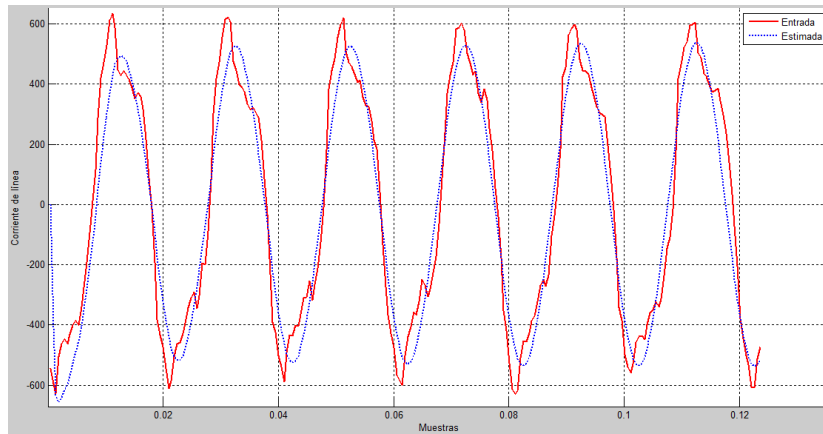


Figura 3.14: Señales de entrada y filtrada de la tensión de fase.

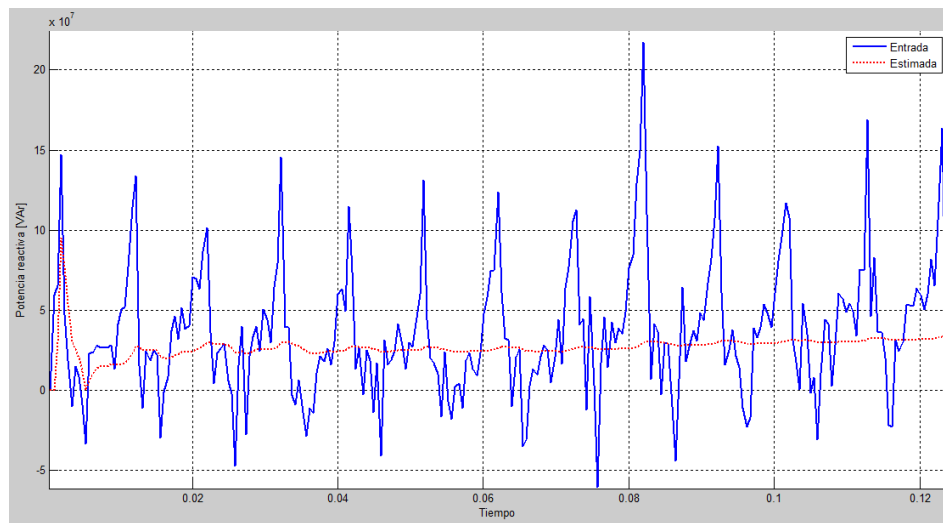


Figura 3.15: Potencia reactiva monofásica de las señales de entrada, y las señales filtradas por el filtro de Kalman.

Capítulo 4

Conclusiones

En este documento se presenta un método para el cálculo de la potencia reactiva que suministrara un SVC para compensar los reactivos de una red eléctrica, un problema con este es su sensibilidad ante armónicos que pueda contener las señales de corriente y voltaje. Por lo anterior, se utiliza un filtrado de Kalman que mejora la calidad de las señales utilizadas para compensar las potencias mencionadas con una buena respuesta en el tiempo. También, se hallan las covarianzas implícitas en el modelo de las señales mediante un análisis de sensibilidad que arroja diferentes datos de estos parámetros, para luego ser utilizados en diferentes aplicaciones que puedan caracterizarse por tener un contenido armónico similar a los probados en este trabajo. El análisis de sensibilidad fue de gran utilidad cuando se probó el filtro de Kalman con señales que no tenían caracterizadas las componentes armónicas, además de ayudar en el cálculo de la potencia reactiva.

Bibliografía

- [1] H. Samet and M. Parniani, “Predictive method for improving svc speed in electric arc furnace compensation,” *IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY PWRD*, vol. 22, no. 1, p. 732, 2007.
- [2] H. Samet, I. Masoudipour, and M. Parniani, “New reactive power calculation method for electric arc furnaces,” *Measurement*, vol. 81, pp. 251–263, 2016.
- [3] H. Samet, S. Gashtasbi, N. Tashakor, and T. Ghanbari, “Improvement of reactive power calculation in electric arc furnaces utilising kalman filter,” *IET Science, Measurement Technology*, vol. 11, no. 3, pp. 241–248, 2017.
- [4] Z. Zhao, C. Chen, S. Bao, T. Fang, and X. Wang, “Application of tcr-type svc in power substation and electric arc furnaces,” in *Transmission and Distribution Conference and Exposition, 2010 IEEE PES*, pp. 1–4, IEEE, 2010.
- [5] X. Sheng, Z. Jian-feng, and T. Guo-qing, “A new svc control strategy for voltage flicker mitigation and integrated compensation to electric arc furnace,” in *Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies, 2008. DRPT 2008. Third International Conference on*, pp. 1972–1976, IEEE, 2008.
- [6] P. S. Maybeck, *Stochastic models, estimation, and control*, vol. 1, ch. 1. Academic Press, 1979.
- [7] G. Welch and G. Bishop, “An introduction to the kalman filter. university of north carolina at chapel hill, department of computer science,” tech. rep., TR 95-041, 2004.
- [8] R. Faragher, “Understanding the basis of the kalman filter via a simple and intuitive derivation [lecture notes],” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 29, pp. 128–132, Sept 2012.

- [9] M. Ulusoy, January 2017.
- [10] M. S. Grewal and A. P. Andrews, “Applications of kalman filtering in aerospace 1960 to the present [historical perspectives],” *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 30, pp. 69–78, June 2010.
- [11] M. S. Grewal, L. R. Weill, and A. P. Andrews, *Global positioning systems, inertial navigation, and integration*. John Wiley & Sons, 2007.
- [12] A. Sabanovic, M. Elitas, and K. Ohnishi, “Sliding modes in constrained systems control,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, pp. 3332–3339, Sept 2008.
- [13] F. Auger, M. Hilairet, J. M. Guerrero, E. Monmasson, T. Orłowska-Kowalska, and S. Katsura, “Industrial applications of the kalman filter: A review,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, pp. 5458–5471, Dec 2013.
- [14] M. Ulusoy, February 2017.
- [15] R. G. Brown, P. Y. Hwang, *et al.*, *Introduction to random signals and applied Kalman filtering*, vol. 3. Wiley New York, 1992.
- [16] O. L. R. Jacobs and O. Jacobs, *Introduction to control theory*, vol. 2. Oxford University Press Oxford, 1993.
- [17] E. C. Plata and H. Tacca, “Arc furnace modeling in atp-empt,” in *International Conference on Power Systems Transients IPST*, vol. 5, 2005.